

Ein regelungstechnisches Modell zur Beschreibung des thermisch dynamischen Raumverhaltens



Teil 3: Berechnung von Gewichtungsfaktoren für VDI 2078 und alternatives Verfahren mittels Übergangsfunktionen

L. Rouvel, F. Zimmermann

Im **Teil 1** werden die mathematischen Grundlagen eines regelungstechnischen Modells für die Berechnung instationärer thermischer Belastungen und Raumtemperaturen aufgezeigt. Auf diesen Grundlagen aufbauend, wird eine Methode beschrieben, die es erlaubt, Raumtemperaturen oder thermische Lasten mit geringem Aufwand zu berechnen und damit die Ergebnisse von Simulationen nachzuprüfen. Die Verwendung eines regelungstechnischen Modells erlaubt auch den Einsatz dieser Methode bei der Programmierung von DDC-Anlagen und macht die Verwendung von ungenauen Approximationen zur Beschreibung des thermischen Antwortverhaltens von Räumen überflüssig. Es wird gezeigt, dass das thermische Raumverhalten mit jeweils zwei Kenngrößen für jede Belastungsart (strahlend bzw. konvektiv) und eine Raumkenngröße vollständig beschrieben werden kann.

Im **Teil 2** werden Beispiele für die Berechnung von sommerlichen Raumtemperaturen bei unterschiedlichen Belastungsfällen und Raumtypen erläutert. Dabei wird ein Vergleich von Ergebnissen nach der vorgeschlagenen Methode mit denen von GEBSIMU, TRNSYS, DOE-2 und BLAST und den Ergebnissen mit einem Schaltkreis-Analyse-Verfahren durchgeführt.

Im **nachfolgenden Teil 3** wird eine Möglichkeit beschrieben, Gewichtungsfaktoren, wie sie in der VDI 2078 verwendet werden, mit der vorgeschlagenen Methode zu bestimmen. Auf die besondere Problematik bei der Verwendung der Methode mit Gewichtungsfunktionen wird dabei eingegangen

Abweichungen am Ergebnis nach VDI 2078 aufgrund geringer Änderungen an den Randbedingungen

Im Teil 2 stellte sich bei den Testbeispielen bereits für die „Original-Randbedingungen“ nach VDI 2078 [1] heraus, dass es teilweise deutliche Abweichungen bei den Ergebnissen - berechnet nach den Gewichtungsfaktoren der VDI 2078 - gegenüber den Ergebnissen mit dem „Eichungs-“ und Bewertungsverfahren auf der Grundlage des „Beuken-Modells“ mit einem Schaltkreis-Analyse-Verfahren (siehe Teil 1) gibt.

Es ist bekannt, dass bei deutlichen Abweichungen von diesen „Original-Randbedingungen“ nach VDI 2078 z.B. bei

- Änderungen in der Schichtfolge der Wände
- Änderungen im Wandaufbau
- deutlichen Abweichungen in der Raumgeometrie

mit dem Verfahren über die normierten Gewichtungsfaktoren entsprechend VDI 2078 nicht vorhersehbare Auswirkungen auf das Berechnungsergebnis vorhanden sind.

Nicht erwartet werden dagegen gravierende Auswirkungen auf das Ergebnis, wenn nur geringfügige Änderungen gegenüber den „Original-Randbedingungen“ gegeben sind.

Wie im folgenden gezeigt wird, ist dies jedoch der Fall, wobei die gewählten beiden Beispiele keine ausgesuchten Extrema darstellen, sondern sich bei der Suche nach Testverfahren zur Überprüfung von Gebäude-Simulationsprogrammen direkt anbieten.

Die Vergleiche werden anhand des **Testbeispiels 1 von Teil 2** (konvektive Innenlast, Raumtyp S) vorgenommen.

Variante A:

Anstelle des „Original“-Raumtyps S wird ein **Innenraum** betrachtet, der dieselbe Geometrie und dieselben Wandaufbauten wie der Raumtyp S hat. Jedoch wird anstelle der Außenfassade von 10,5 m² (AW mit 3,5 m² und Fenster 7 m² bei einer gesamten Raumumschließungsfläche von 86 m²) eine Innenwand von 10,5 m² gesetzt. Die Temperatur im Nachbarraum dieser Innenwand ist gleich der Außentemperatur im Testbeispiel 1 (22 °C konstant).

Dieser Innenraum ist sicherlich wärmetechnisch träger als der „Original“-Raumtyp S, da anstelle der Fenster wärmespeichernde Wände treten. Die Wärmeverluste nach „außen“ sind nahezu gleich, da der mittlere k-Wert dieser wärmeübertragenden Fläche sich nicht wesentlich von der Außenfassade unterscheidet.

Wie aus **Bild 1** für den zehnten Tag einer Serie von 60 Tagen zu entnehmen ist, steigt die Raumtemperatur jedoch schneller an (siehe hierzu auch Bild 3b aus Teil 2). Dieser Innenraum wird also mit der VDI 2078 nicht nur zu leicht, sondern auch noch leichter als der vergleichbare „Original“-Raumtyp S bewertet. Die Abweichungen in den Raumübertemperaturen von bis zu 3 K bei einem Übertemperaturniveau von 20 K - was einer Abweichung von etwa 15 % entspricht - sind nicht vernachlässigbar.

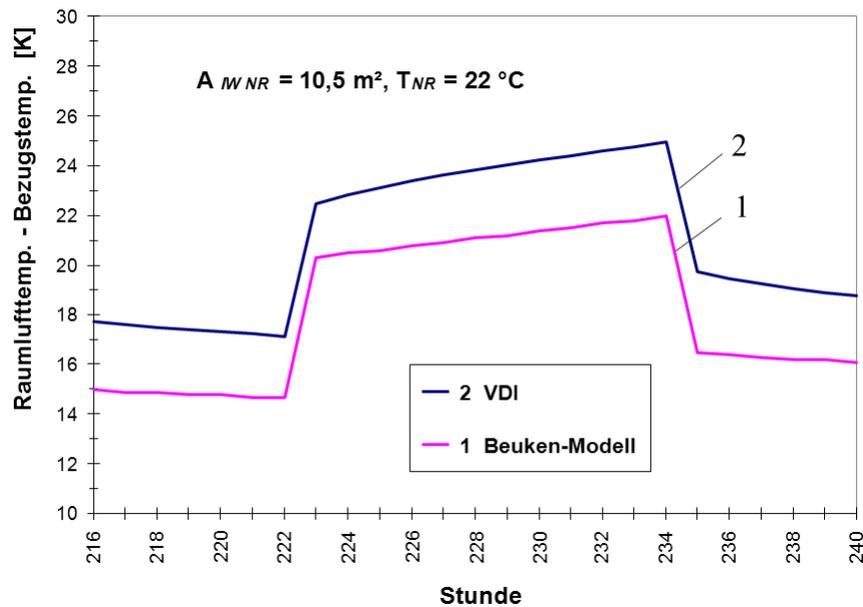


Bild 1: Vergleich des Raumtemperaturganges am 10. Tag
Variante A: Raumtyp S als Innenraum
mit Innenwand von 10,5,m² anstelle Außenfassade,
mit 22 °C konstant im Nebenraum

Variante B:

Anstelle des „Original“-Raumtyps S wird ein **Außenraum** mit denselben Kennwerten gewählt, wobei dieser Raum keine Außenfenster besitzt. Die Außenfassade von 10,5 m² besteht also nur aus Außenwand nach Raumtyp S. Ansonsten sind alle Randbedingungen des Raumtyp S eingehalten.

Dieser fensterlose Raum ist selbstverständlich sicherlich wärmetechnisch träger als der „Original“-Raumtyp S, da nicht nur anstelle der Fenster wärmespeichernde Wände treten, sondern auch die Wärmeverluste nach außen deutlich niedriger werden. Trotzdem bildet die VDI 2078 diesen Raum aufgrund der Denormierung wesentlich leichter als den „Original“-Raumtyp S ab (siehe **Bild 2**). Die Abweichungen in den Raumübertemperaturen von etwa 8 K bei einem Übertemperaturniveau von unter 25 K - also Abweichungen bis zu 30 % (entsprechendes gilt auch für die Kühllasten) - sind nicht mehr tragbar.

Diese gravierenden Abweichungen bei den Ergebnissen nach VDI 2078 treten also bereits auf, wenn für den Anwender dieser Richtlinie noch keine „Alarmglocken“ läuten.

Wie empfindlich das Verfahren mit den **normierten** Gewichtsfaktoren ist, sei in der folgenden Variante C aufgezeigt.

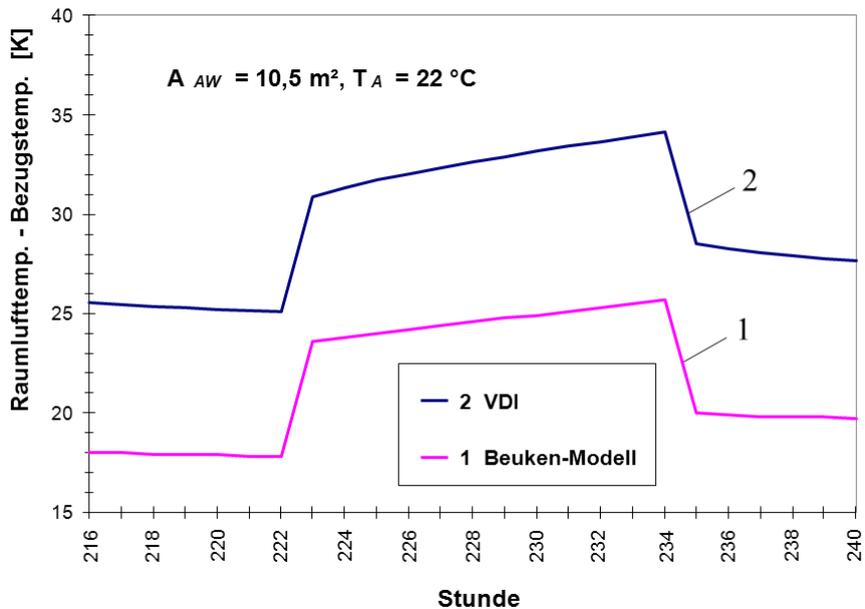
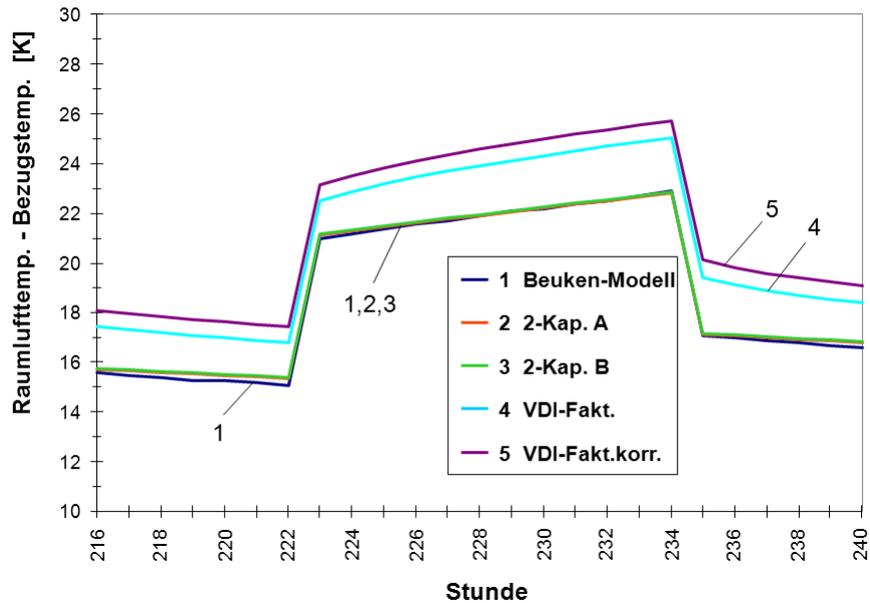


Bild 2: Vergleich des Raumtemperaturganges am 10. Tag
Variante B: Raumtyp S, ohne Fenster,
Außenfassade von 10,5 m² als Außenwand

Variante C:

Der normierte Gewichtungsfaktor a_1 für die Aktionsgröße A(3) - Raumlufthemperatur - wird von $a_1 = -1,4645$ auf $a_1 = -1,4646$ geändert, also um weniger **als 0,007 %** (siehe Tabelle A23 VDI 2078 [1]). Eine solche Abweichung ist durch Rundung bei der Denormierung ohne weiteres vorauszusetzen.

Wie **Bild 3** zeigt, wird durch diesen geringfügigen Unterschied das Ergebnis mit etwa 1 K bei einem Übertemperaturniveau von etwa 20 K verändert (Abweichung von etwa 5 %). Eine solch empfindliche Reaktion ist bei einem Verfahren mit Denormierung und damit zwangsläufig einhergehenden Ungenauigkeiten (kleiner als 0,007 % !!!) nicht tolerierbar.



**Bild 3: Vergleich des Raumtemperaturganges am 10. Tag
Variante C: Raumtyp S
Änderung eines Gewichtungsfaktors nach VDI 2078
um weniger als 0,007 %
Vergleich mit Gewichtungsfaktoren aus dem
Zwei-Kapazitäten-Modell**

Die in der VDI 2078 für die Aktionsgröße A(3) beim Raumtyp S angegebenen normierten Gewichtungsfaktoren dürften sowieso nicht ganz korrekt sein; denn für die normierten Gewichtungsfaktoren nach Gl. (7.2 der VDI 2078 [1]) gelten folgende Bedingungen (nicht in VDI 2078 vermerkt):

$$\sum_{m=0}^3 a_m < 1 \quad \text{und} \quad \sum_{n=1}^2 b_n < 1 \quad (1)$$

Für den zuvor betrachteten Fall der Aktionsgröße A(3) beim Raumtyp S ergibt sich jedoch nach VDI 2078:

$$\sum_{m=0}^3 a_m = 1,0001 \quad (2)$$

Bei der Durchsicht und beim Arbeiten mit den normierten Gewichtungsfaktoren ist auch ein Schreibfehler in der VDI 2078 beim Gewichtungsfaktor b_2 für die Aktionsgröße E(3) des Raumtyps XL aufgefallen. Es muss heißen:

$$b_2 = -0,5650 \quad \text{anstelle von} \quad b_2 = -5,5650 \quad (3)$$

Herleitung von Gewichtungsfaktoren mittels des Zwei-Kapazitäten-Modells

Die vorangegangenen Darstellungen haben gezeigt, dass das Verfahren mit den normierten Gewichtungsfaktoren nach VDI 2078 zumindest äußerst problematisch ist. Das sagt prinzipiell noch nichts gegen die Verwendung der Methode mit Gewichtungsfaktoren, sie müssen nur für den jeweiligen Fall „richtig“ und mit der erforderlichen Anzahl von Faktoren berechnet werden.

Hierzu bietet sich das Verfahren über das Zwei-Kapazitäten-Modell an, da daraus - wie noch weiter unten gezeigt wird - die Übertragungsfunktionen für den jeweils betrachteten Fall direkt herleitbar sind und daraus wiederum die Gewichtungsfaktoren abgeleitet werden können.

Die VDI 2078 [1] sowie die erläuternde Veröffentlichung hierzu [2] geben für die Herleitung der Gewichtungsfaktoren nur einen allgemeinen Hinweis auf die Methode der kleinsten Fehlerquadrate und der rekursiven Filter nach *Isermann* [3].

Isermann [3] gibt für stochastische und deterministische Vorgänge unterschiedliche Methoden zur Parameterschätzung an. Im betrachteten Fall der VDI 2078 stammt die Übertragungsfunktion aus mehr oder weniger genauen Algorithmen und hat daher keine stochastische „zufällige“ Streuungen.

Daher kann direkt auf eine Regressionsanalyse (Methode der kleinsten quadratischen Fehler) zurückgegriffen werden, wie sie z.B. mit dem anerkannten statistischen Programmsystem **SPSS** möglich ist.

Die in VDI 2078 Gl. 7.2 verwendete Formel für die Übertragungsfunktion mittels der normierten Gewichtungsfaktoren a und b lautet:

$$y_k = \sum_{m=0}^3 a_m \cdot u_{k-m} + \sum_{n=1}^2 b_n \cdot y_{k-n} \quad (4)$$

mit:

u Aktionsgröße als Zeitfunktion (Treppenfunktion)

y Reaktionsgröße als Zeitfunktion (Treppenfunktion)

Zeitschritt 1 Stunde

Die Gewichtungsfaktoren a und b müssen noch nach VDI 2078 Gl. 7.9 denormiert werden, wobei dann in Gl. (4) anstelle der normierten Gewichtungsfaktoren a und b die denormierten Gewichtungsfaktoren A und B treten.

Wichtig bei dieser „statistischen“ Analyse ist nur, dass der **gesamte** Wertebereich einbezogen wird.

Somit ist für die statistische Herleitung der Gewichtungsfaktoren aus der Übertragungsfunktion ein Zeitbereich von mindestens drei Zeitschritten vor der ersten Aktion bis zum quasi eingeschwungenen Zustand (ca. 5 mal Zeitkonstante des Systems) erforderlich.

Im folgenden werden die mit dem Zwei-Kapazitäten-Modell hergeleiteten Gewichtungsfaktoren für den **Raumtyp S** nach VDI 2078 wiedergegeben.

Es handelt sich um **nicht-normierte** Gewichtungsfaktoren, da sich eine Normierung mit all ihren Problemen erübrigt. Auch ist die Einführung des „Durchgriffs“ nicht erforderlich.

Bei den Aktionsgrößen Raumlufttemperatur und Außentemperatur ist allerdings eine Transformation zweckmäßig (erforderlich), um die Überlagerung der Speichervorgänge mit den stationären Wärmeflüssen zu eliminieren. Dies würde bei dem nach VDI 2078 gewählten Ansatz für die Gewichtungsfaktoren nach Gl. (4) sonst Probleme bereiten.

Die Ausgangsübertragungsfunktion für die Regressionsanalyse zur Ermittlung der Gewichtungsfaktoren kann

- entweder durch eine Simulation des Zwei-Kapazitäten-Modells mit dem Schaltkreisanalyse-Programm (*PSPICE*) [4]
- oder direkt über die Darstellung der Übertragungsfunktionen in nächsten Kapitel entsprechend Gl. (11) bis (29)

berechnet werden.

Variante A: Übertragungsfunktion $Q_{Kühl} = f(Q_{str\ i})$

Aktionsgröße: strahlende Innenlast $u = Q_{str\ i}$

Reaktionsgröße: Kühllast $y = Q_{Kühl}$

$$Q_{Kühl\ k} = y_k = -0,10403 \cdot u_k - 0,03316 \cdot u_{k-1} + 0,06453 \cdot u_{k-2} - 0,000221265 \cdot u_{k-3} + 0,0 \cdot y_{k-1} + 0,920699 \cdot y_{k-2} \quad (5)$$

Variante B: Übertragungsfunktion $Q_{Kühl} = f(Q_{konv\ i})$

Aktionsgröße: konvektive Innenlast $u = Q_{konv\ i}$

Reaktionsgröße: Kühllast $y = Q_{Kühl}$

$$Q_{Kühl\ k} = y_k = -1,0 \cdot u_k + 0,0 \cdot u_{k-1} + 0,0 \cdot u_{k-2} + 0,0 \cdot u_{k-3} + 0,0 \cdot y_{k-1} + 0,0 \cdot y_{k-2} \quad (6)$$

Variante C: Übertragungsfunktion $Q_{Kühl} = f(\vartheta_{RL})$

Aktionsgröße: Raumlufttemperatur $u = \vartheta_{RL} - \vartheta_{Bez}$

Reaktionsgröße: transformierte Kühllast

$$y = Q_{Kühl} - \frac{1}{K_{konv}} \cdot (\vartheta_{RL} - \vartheta_{Bez})$$

mit:

Verstärkungsfaktor K_{konv} nach Gl. (17)

Anm.: Der Verstärkungsfaktor ist nichts anderes als der Wärmedurchgangswiderstand zwischen Raumluft und Außenluft. Wegen der getrennten Betrachtung von konvektivem und strahlendem Wärmeübergang im Raum ist $1/K_{konv}$ etwas kleiner als $\sum(k_{AW_v} \cdot A_{AW_v} + k_{AF_v} \cdot A_{AF_v})$

$$Q_{Kühl\ k} - 16,29 \cdot u_k = y_k = +155,3956 \cdot u_k - 155,346632 \cdot u_{k-1} + \\ + 0,0 \cdot u_{k-2} - 0,04819 \cdot u_{k-3} + \\ + 0,958545 \cdot y_{k-1} + 0,000736293 \cdot y_{k-2} \quad (7)$$

Variante D: Übertragungsfunktion $Q_{Kühl} = f(\mathcal{G}_a)$

Aktionsgröße: Außenlufttemperatur $u = \mathcal{G}_{Bez} - \mathcal{G}_a$

Reaktionsgröße: transformierte Kühllast

$$y = Q_{Kühl} - \frac{1}{K_{konv}} \cdot (\mathcal{G}_{Bez} - \mathcal{G}_a)$$

$$Q_{Kühl\ k} - 16,29 \cdot u_k = y_k = +15,7935 \cdot u_k - 16,067348 \cdot u_{k-1} + \\ + 0,0 \cdot u_{k-2} + 0,274842 \cdot u_{k-3} + \\ + 0,93787 \cdot y_{k-1} + 0,010015 \cdot y_{k-2} \quad (8)$$

Variante E: Übertragungsfunktion $\mathcal{G}_{RL} = f(Q_{konv\ i})$

Aktionsgröße: konvektive Innenlast $u = Q_{konv\ i}$

Reaktionsgröße: Raumlufttemperatur $y = \mathcal{G}_{RL} - \mathcal{G}_{Bez}$

$$\mathcal{G}_{RL\ k} - \mathcal{G}_{Bez} = y_k = +0,005820 \cdot u_k + 0,00022 \cdot u_{k-1} - \\ - 0,005565 \cdot u_{k-2} - 0,00000442763 \cdot u_{k-3} + \\ + 0,0 \cdot y_{k-1} + 0,992344 \cdot y_{k-2} \quad (9)$$

Variante F: Übertragungsfunktion $\mathcal{G}_{RL} = f(Q_{str\ i})$

Aktionsgröße: strahlende Innenlast $u = Q_{str\ i}$

Reaktionsgröße: Raumlufttemperatur $y = \mathcal{G}_{RL} - \mathcal{G}_{Bez}$

$$\mathcal{G}_{RL\ k} - \mathcal{G}_{Bez} = y_k = +0,00059087 \cdot u_k + 0,000226848 \cdot u_{k-1} - \\ - 0,000359399 \cdot u_{k-2} - 0,0000175902 \cdot u_{k-3} + \\ + 0,0 \cdot y_{k-1} + 0,992183 \cdot y_{k-2} \quad (10)$$

In Bild 3 sind die Ergebnisse für die Übertragungsfunktionen, die für den Raumtyp S mit dem Zwe-Kkapazitäten-Modell hergeleitet wurden, mit eingetragen.

Dabei ist unterschieden nach:

- Kurve 2 (2-Kap. A): Nachbildung mit der direkten Übertragungsfunktion
$$g_{RL} = f(Q_{konv i})$$
 entsprechend Variante E
- Kurve 3 (2-Kap. B): Nachbildung indirekt entsprechend VDI 2078 mit zwei Übertragungsfunktionen:
$$Q_{Kühl} = f(g_{RL})$$
 entsprechend Variante E
$$Q_{Kühl} = f(Q_{konv i})$$
 entsprechend Variante B

Beide Kurven sind praktisch identisch mit dem „Eichungs-“ und Bewertungsverfahren auf der Grundlage des „Beuken-Modells“ mit einem Schaltkreis-Analyse-Verfahren. Damit ist sichergestellt, dass mit dem vorgeschlagenen Zwei-Kapazitäten-Modell die „individuellen“ Gewichtungsfaktoren ermittelbar sind. Auf weitere „standardisierte“ Gewichtungsfaktoren kann verzichtet werden und eine Normierung (mit anschließender Denormierung für den jeweiligen Anwendungsfall) ist nicht mehr notwendig.

Beispielhafte Darstellung für den Zusammenhang zwischen den Aktions- und Reaktionsgrößen nach dem Zwe-Kkapazitäten-Modell

Es soll beispielhaft gezeigt werden, wie man die Übertragungsfunktionen für einen Raum mittels des Zwei-Kapazitäten-Modells erhält. Diese Übertragungsfunktionen können

- einmal zur Herleitung der Gewichtungsfaktoren für die VDI 2078 für beliebige Anwendungen und
- zum anderen zur direkten Ermittlung der Kühllasten bzw. der Raumlufttemperaturen - ohne den Umweg über die Gewichtungsfaktoren - herangezogen werden.

Um Missverständnisse in den Bezeichnungen der Bauteile bei der Herleitung der Zusammenhänge zu vermeiden, ist in **Bild 4** nochmals die genaue Bezeichnung der einzelnen Bauteile angegeben (siehe hierzu auch Bild 8 in Teil 1).

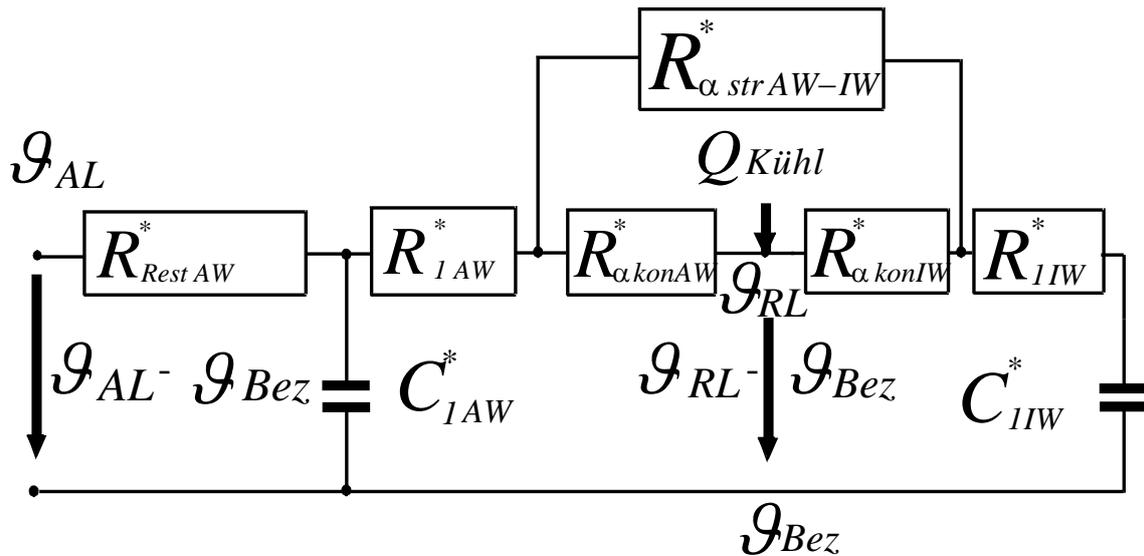


Bild 4: Zwei-Kapazitäten-Modell (vereinfacht ohne Lüftung)

Für den Raumtyp S nach VDI 2078 werden die Übertragungsfunktionen in den Beispielen 1 bis 3 auch quantitativ angegeben, um eine Prüfmöglichkeit bei der Anwendung der Formeln zu ermöglichen.

Als Kennwerte des Zwe-Kkapazitäten-Modells für den Raumtyp S lassen sich mittels der Gl. (Teil 1- 29) bis Gl. (teil 1-40) aus Teil 1 herleiten:

$$\begin{aligned}
 R_{1 IW}^* &= 0,550 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W} & R_{1 AW}^* &= 4,375 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W} \\
 C_{1 IW}^* &= 14,786 \cdot 10^3 \frac{Ws}{K} & C_{1 AW}^* &= 1,563 \cdot 10^3 \frac{Ws}{K} \\
 R_{\alpha konv IW}^* &= 6,12 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W} & R_{Rest AW}^* &= 42,6 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W} \\
 R_{\alpha konv AW}^* &= 35,27 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W} \\
 R_{\alpha str AW-IW}^* &= 18,33 \cdot 10^{-3} \frac{K}{W}
 \end{aligned}$$

Beispiel 1: $\mathcal{I}_{RL} = f(Q_i)$

Aktionsgröße: Innenlast Q_i ($Q_{konv i}$ oder $Q_{str i}$)

Reaktionsgröße: Raumlufttemperatur $\mathcal{I}_{RL} - \mathcal{I}_{Bez}$

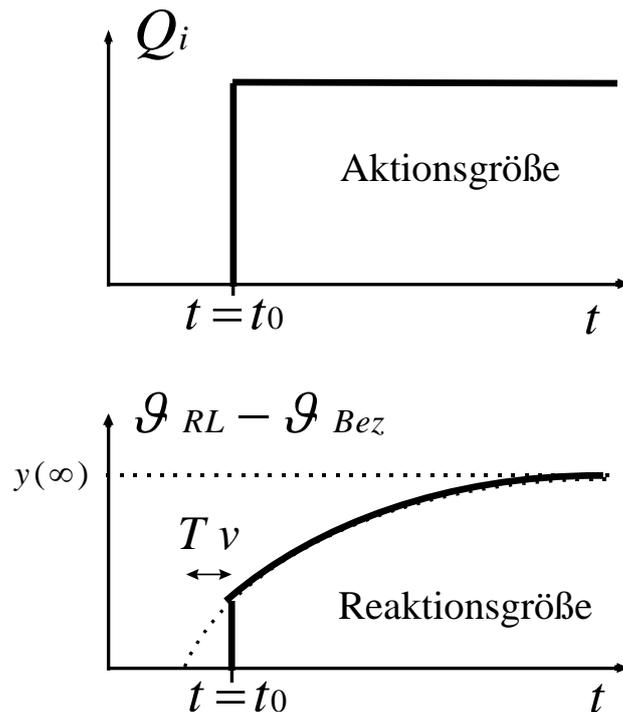


Bild 5: Prinzipieller Zusammenhang zwischen Raumlufttemperatur ϑ_{RL} und Innenlast Q_i

$$y(t) = \vartheta_{RL}(t) - \vartheta_{Bez} = Q_i \cdot K \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T_V}{T_A} \right) \cdot e^{-(t-t_0)/T_A} \right] \quad \text{für } t > t_0 \quad (11)$$

mit:

Verstärkungsfaktor K :

$$K = y(\infty)/Q_i \quad (12)$$

bei konvektiver Innenlast $Q_{konv\ i}$:

$$K_{konv} = R_{Rest\ AW}^* + R_{1\ AW}^* + 1 / \left(\frac{1}{R_{\alpha\ konv\ AW}^*} + \frac{1}{R_{\alpha\ str\ AW-IW}^* + R_{\alpha\ konv\ IW}^*} \right) \quad (13)$$

bei strahlender Innenlast $Q_{str\ i}$:

$$K_{str} = R_{Rest\ AW}^* + \left[R_{1\ AW}^* + 1 / \left(\frac{1}{R_{\alpha\ str\ AW-IW}^*} + \frac{1}{R_{\alpha\ konv\ IW}^* + R_{\alpha\ konv\ AW}^*} \right) \right] \cdot \frac{\sum A_{W\mu}}{A_{RU}} \quad (14)$$

wobei A_{RU} die gesamte Raumschließungsfläche bedeutet.

Voraussetzung: Die strahlende Innenlast $Q_{str\ i}$ verteilt sich auf alle Raumschließungsflächen gleichmäßig.

Zeitkonstante T_A :

$$T_A = R_{Rest\ AW}^* \cdot C_{1\ AW}^* + R_{AW-IW}^* \cdot C_{1\ IW}^* \quad (15)$$

R_{AW-IW}^* siehe Teil1 Gl. (Teil1-46)

Vorhaltezeit T_V :

bei konvektiver Innenlast $Q_{konv i}$:

$T_{V konv}$ siehe Teil1 Gl. (Teil1-48)

bei strahlender Innenlast $Q_{str i}$:

$T_{V str}$ siehe Teil1 Gl. (Teil1-47)

Für den Raumtyp S nach VDI 2078 errechnet sich der Zusammenhang für $\mathcal{G}_{RL} = f(Q_i)$ zu:

bei konvektiver Innenlast $Q_{konv i}$:

$$\mathcal{G}_{RL}(t) - \mathcal{G}_{Bez} = Q_{konv i} \cdot 0,0614 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{93.350}{957.000} \right) \cdot e^{-(t-t_0)/957.000} \right] \quad \text{für } t > t_0 \quad (16)$$

bei strahlender Innenlast $Q_{str i}$:

$$\mathcal{G}_{RL}(t) - \mathcal{G}_{Bez} = Q_{str i} \cdot 0,0576 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{7.970}{957.000} \right) \cdot e^{-(t-t_0)/957.000} \right] \quad \text{für } t > t_0 \quad (17)$$

Beispiel 2: $Q_{Kühl} = f(Q_i)$

Aktionsgröße: Innenlast Q_i ($Q_{konv i}$ oder $Q_{str i}$)

Reaktionsgröße: Kühllast $Q_{Kühl}$

bei konvektiver Innenlast $Q_{konv i}$:

$$y(t) = Q_{Kühl}(t) = -Q_{konv i} \quad (18)$$

bei strahlender Innenlast $Q_{str i}$:

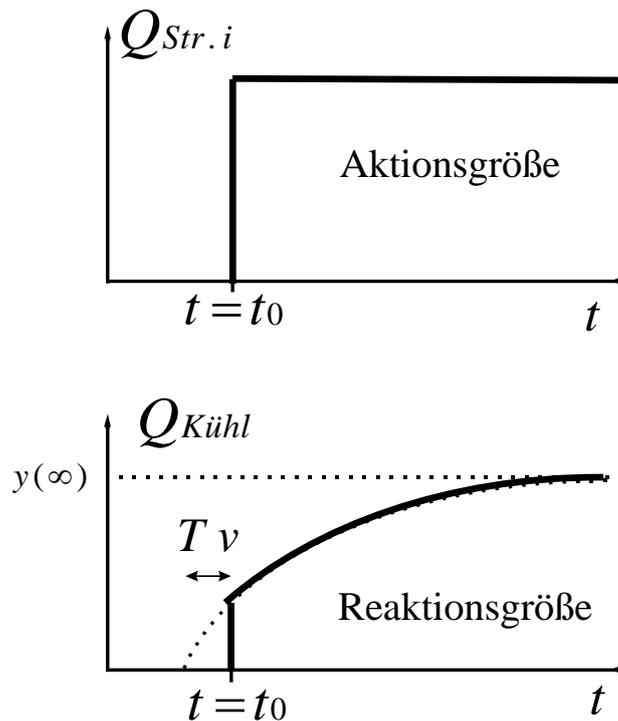


Bild 6: Prinzipieller Zusammenhang zwischen Kühllast Q_{Kuehl} und strahlender Innenlast $Q_{Str.i}$

$$y(t) = Q_{Kuehl}(t) = -Q_{Str.i} \cdot K \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{T_V}{T_B} \right) \cdot e^{-(t-t_0)/T_B} \right] \quad \text{für } t > t_0 \quad (19)$$

mit:

Verstärkungsfaktor K :

$$K = -y(\infty) / Q_{Str.i} \quad (20)$$

$$K = R_{a str}^* + \frac{R_{a str}^*}{R_{a str}^* + (R_{\alpha konv IW}^* \parallel R_{\alpha konv AW}^*)} \quad (21)$$

mit. $R_{a str}^* = K_{str}$ nach Gl. (14)

Zeitkonstante T_B :

$$T_B = \left[(R_{\alpha konv MW}^* + R_{1 MW}^*) \parallel (R_{\alpha konv AW}^* + R_{1 AW}^*) \right] \cdot \left[C_{1 MW}^* + C_{1 AW}^* \cdot \frac{R_{\alpha konv AW}^* + R_{1 AW}^*}{R_{\alpha konv AW}^* + R_{1 AW}^* + R_{Rest AW}^*} \right] \quad (22)$$

Vorhaltezeit T_V :

$$\text{ermittelt aus: } T_V = T_B \cdot \frac{y(t = t_0)}{y(\infty)} \quad (23)$$

mit:

$y(\infty)$ nach Gl. (20) mit Gl. (21)

$y(t = t_0)$ Anfangssprung bei $t = t_0$

$$y(t = t_0) = -Q_{stri} \cdot \left(\frac{\sum A_{W_{\mu}}}{A_{RU}} \cdot \frac{R_{1NW}^*}{R_{1NW}^* + R_{\alpha konv NW}^*} + \frac{\sum (A_{AW_v} + A_{AF_v})}{A_{RU}} \cdot \frac{R_{1AW}^*}{R_{1AW}^* + R_{\alpha konv AW}^*} \right) \quad (24)$$

Für den Raumtyp S nach VDI 2078 errechnet sich der Zusammenhang für $Q_{Kühl} = f(Q_{stri})$ zu:

$$Q_{Kühl}(t) = -Q_{stri} \cdot 0,917 \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{8.310}{88.720} \right) \cdot e^{-(t-t_0)/88.720} \right] \quad \text{für } t > t_0 \quad (25)$$

Beispiel 3: $Q_{Kühl} = f(\vartheta_{RL})$

Aktionsgröße: Raumlufthtemperatur $\vartheta_{RL} - \vartheta_{Bez}$
 Reaktionsgröße: Kühllast $Q_{Kühl}$

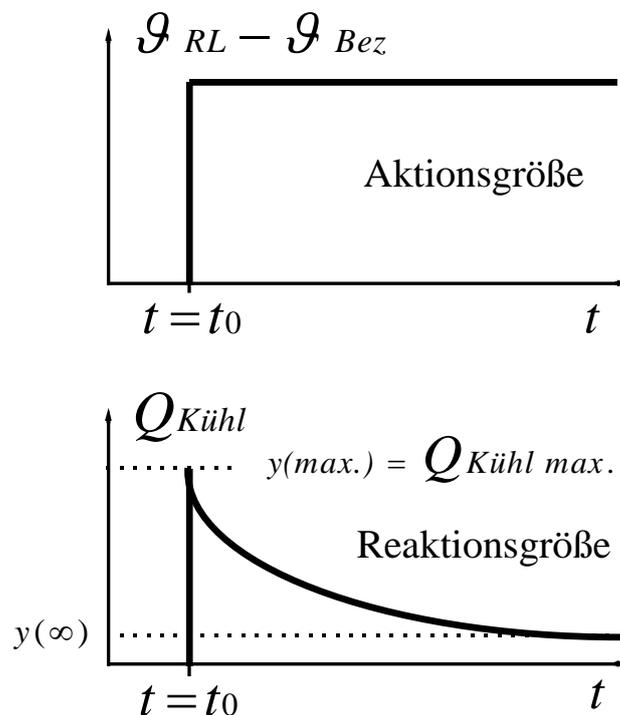


Bild 7: Prinzipieller Zusammenhang zwischen Kühllast $Q_{Kühl}$ und Raumlufthtemperatur ϑ_{RL}

$$y(t) = Q_{Kühl}(t) = (y_{\max} - y(\infty)) \cdot \left[e^{-(t-t_0)/T_B} \right] + y(\infty) \quad \text{für } t > t_0 \quad (26)$$

mit:

Grenzwert der Kühllast $Q_{Kühl}(\infty) = y(\infty)$:

$$y(\infty) = \frac{1}{K_{konv}} \cdot (g_{RL} - g_{Bez}) \quad (27)$$

K_{konv} siehe Gl. (13)

Maximalwert der Kühllast $Q_{Kühl \max} = y_{\max}$:

$$y_{\max} = \frac{1}{(R_{\alpha \text{ konv } MW}^* + R_{1 \text{ IW}}^*) \parallel (R_{\alpha \text{ konv } AW}^* + R_{1 \text{ AW}}^*)} \cdot (g_{RL} - g_{Bez}) \quad (28)$$

Zeitkonstante T_B :

$$T_B \quad \text{siehe Gl. (22)}$$

Für den Raumtyp S nach VDI 2078 errechnet sich der Zusammenhang für $Q_{Kühl} = f(g_{RL})$ zu:

$$Q_{Kühl}(t) = (g_{RL} - g_{Bez}) \cdot (172,6 - 16,29) \cdot e^{-(t-t_0)/88,720} + 16,29 \cdot (g_{RL} - g_{Bez}) \quad \text{für } t > t_0 \quad (29)$$

Ergänzende Verbesserungen des Zwei-Kapazitäten-Modells für einen Raum

Bei der Zusammenfassung jeweils der Innenflächen und der Außenflächen im Zwei-Kapazitäten-Modell sind in Teil 1 dieser Veröffentlichung in Gl. (Teil1-29) und (Teil1-30) für die Innenflächen und Gl. (Teil1-32) und (Teil 1-33) für die Außenflächen die Wärmespeicherkapazitäten C_1 summiert und die Wärmedurchgangswiderstände R_1 parallel geschaltet.

Sind die einzelnen Wände (z.B. bei den **Innenwänden**), die zusammengefaßt werden sollen, aber sehr unterschiedlich im Produkt von Wärmespeicherkapazität $C_{1 \text{ IW}_\mu}$ und Wärmewiderstand $R_{1 \text{ IW}_\mu}$ - was einer Zeitkonstante $T_{1 \text{ IW}_\mu} = R_{1 \text{ IW}_\mu} \cdot C_{1 \text{ IW}_\mu}$ entspricht - und ist der Flächenanteil der sehr unterschiedlichen Wände bedeutend, so kann dies bei der einfachen Parallelschaltung nach Gl. (Teil 1-29) und (Teil 1-30) von Teil 1 zu geringfügigen Ungenauigkeiten führen. Es wird zwar der Langzeittrend sehr gut nachgebildet, im Tagesgang wird dagegen eine etwas zu hohe Speicherwirkung des Raumes wirksam.

Ein solcher Fall sehr unterschiedlicher Zeitkonstanten von über einer Größenordnung ist beim Raumtyp L nach VDI 2078 gegeben (siehe Bild 5 und 6 in Teil 2).

Günstiger ist für einen solchen Fall - als Alternative zu der getrennten Parallelschaltung der Kapazitäten nach Gl. (Teil 1-29) und der Wärmedurchgangswiderstände nach Gl. (Teil1-30) - die Parallelschaltung der komplexen Widerstände $\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}$ für die zusammenzufassenden Wände, wobei gilt:

$$\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu} = R_{1 \text{ IW}_\mu} + 1 / (j\omega C_{1 \text{ IW}_\mu}) \quad (30)$$

Der Wärmedurchgangswiderstand $R_{1 \text{ IW}_\mu}$ ist somit der Realteil von $\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}$

$$R_{1 \text{ IW}_\mu} = \text{Re}(\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}) \quad (31)$$

und die Wärmespeicherkapazität $C_{1 \text{ IW}_\mu}$ ermittelt sich aus dem Imaginärteil von $\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}$

$$C_{1 \text{ IW}_\mu} = -1 / (\omega \cdot \text{Im}(\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu})) \quad (32)$$

Die Parallelschaltung der komplexen Wärmedurchgangswiderstände $\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}$ für alle Innenflächen IW_μ erfolgt somit nach:

$$\underline{Z}_{1 \text{ IW}}^* = 1 / \left(\sum_{\mu=1}^m \frac{1}{\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}} \right) \quad (33)$$

Bei Parallelschaltung der komplexen Wärmedurchgangswiderstände $\underline{Z}_{1 \text{ IW}_\mu}$ von zwei Innenwänden errechnet sich der gemeinsame Wärmedurchgangswiderstand $R_{1 \text{ IW}}^*$ zu:

$$R_{1 \text{ IW}}^* = \frac{R_{1 \text{ IW}_1} \cdot C_{1 \text{ IW}_1}^2 + R_{1 \text{ IW}_2} \cdot C_{1 \text{ IW}_2}^2 + \omega^2 \cdot R_{1 \text{ IW}_1} \cdot R_{1 \text{ IW}_2} \cdot (R_{1 \text{ IW}_1} + R_{1 \text{ IW}_2}) \cdot C_{1 \text{ IW}_1}^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_2}^2}{(C_{1 \text{ IW}_1} + C_{1 \text{ IW}_2})^2 + \omega^2 \cdot (R_{1 \text{ IW}_1} + R_{1 \text{ IW}_2})^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_1}^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_2}^2} \quad (34)$$

und die gemeinsame Wärmekapazität $C_{1 \text{ IW}}^*$ zu:

$$C_{1 \text{ IW}}^* = \frac{(C_{1 \text{ IW}_1} + C_{1 \text{ IW}_2})^2 + \omega^2 \cdot (R_{1 \text{ IW}_1} + R_{1 \text{ IW}_2})^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_1}^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_2}^2}{C_{1 \text{ IW}_1} + C_{1 \text{ IW}_2} + \omega^2 \cdot (R_{1 \text{ IW}_1}^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_1} + R_{1 \text{ IW}_2}^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_2})^2 \cdot C_{1 \text{ IW}_1} \cdot C_{1 \text{ IW}_2}} \quad (35)$$

Bei Parallelschaltung von mehr als zwei Innenwänden sind die Gl. (34) und Gl. (35) entsprechend mehrfach auszuführen.

Die Kreisfrequenz ω ist - entsprechend den Erläuterungen zur Herleitung des Ersatzmodells nach Bild 5 mit Gl. (Teil1-16) bis Gl. (Teil1-20) von Teil 1 - eine Periodendauer der Grundschwingung von 7 Tagen einzusetzen.

Für die Parallelschaltung der **Außenflächen** gelten dieselben Erläuterungen wie für die Innenwände; siehe auch Gl. (30) bis Gl. (35). Auch hierfür kann es zweckmäßig sein, die Parallelschaltung der Außenwände mittels der komplexen Widerstände $\underline{Z}_{1 \text{ AW}_\nu}$ vorzunehmen. Die Parallelschaltung mit den Wärmedurchgangswiderständen $R_{1 \text{ AF}_\nu}$ sollte danach erfolgen, da das Ergebnis von der Reihenfolge der Berechnung beeinflusst wird.

Ermittlung des Zeitganges der Reaktionsgrößen für das Zwei-Kapazitäten-Modell bei zeitvariablen Aktionsgrößen

Exemplarisch soll gezeigt werden, wie man für zeitvariable Aktionsgrößen (also nicht nur für **eine** Sprungfunktion) den Zeitgang der Reaktionsgröße ermitteln kann.

Es gibt hierfür verschiedenste Vorgehensweisen. Die beiden nachfolgend gezeigten Wege sind dafür nur beispielhaft.

Prinzipiell muss bei der Berechnung der Reaktionsgröße für einen Zeitpunkt t_x bzw. für eine Stunde t_k

- sowohl die Reaktion auf die Aktionsgröße in der betrachteten Stunde
- als auch die Reaktion aufgrund der Vorgeschichte - also aufgrund der in den Wänden gespeicherten Wärme berücksichtigt werden.

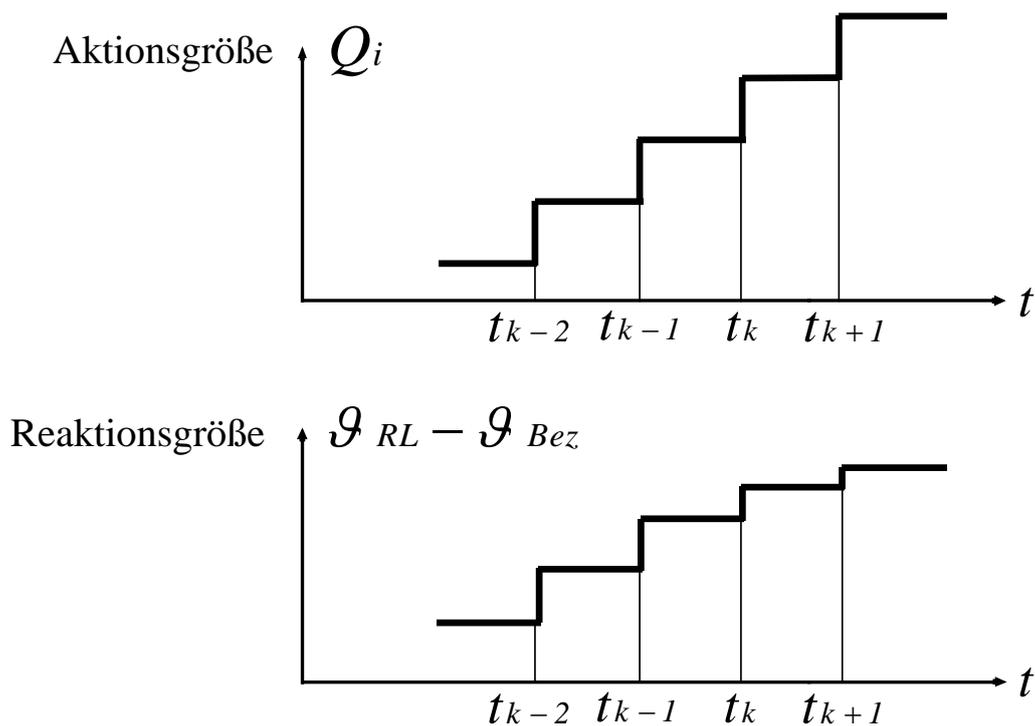


Bild 8: Prinzipielle Darstellung des Zeitganges von zeitvariablen Aktions- und Reaktionsgrößen

Der erste Weg, der hierfür aufgezeigt wird, ist zwar rechentechnisch nicht der günstigste, aber er ist recht verständlich. Es wird dabei entsprechend dem Beispiel 1 der Zusammenhang zwischen der Raumlufttemperatur \mathcal{G}_{RL} und einer inneren konvektiven oder strahlenden Wärmelast Q_i gewählt. Eine schematische Darstellung des Zeitganges von Aktions- und Reaktionsgröße ist aus **Bild 8** zu entnehmen, in dem auch die Kennzeichnung der Stunden ($t_k, t_{k-1} \dots t_{k-n}$) festgelegt ist.

Aus den Gl. (Teil 1-4) bis (Teil 1-6) von Teil 1 kann der Zusammenhang direkt abgeleitet werden, wobei sich in Gl. (Teil 1-6) ein Schreibfehler eingeschlichen hatte, so dass die richtigen Formeln nachfolgend wiedergegeben werden:

$$k_{L_1} = 1 - e^{-Z(t_x - t_e + T_V)} \quad \text{für } t_e \leq t_x \leq t_a \quad (\text{Teil1 - 5})$$

$$k_{L_2} = [1 - e^{-Z \cdot T_L}] \cdot e^{-Z \cdot (t_x - t_a + T_V)} \quad \text{für } t_x > t_a \quad (\text{Teil 1 - 6})$$

mit:

$$T_L = (t_a - t_e) = \text{Lastperiode}$$

$$t_e = \text{Lastbeginn}$$

$$t_a = \text{Lastende}$$

$$Z = 1/T_A$$

$$T_V = \text{Vorhaltezeit}$$

Es ergibt sich folgender Zusammenhang für die Mittelwerte von $\overline{g_{RL}(t)}$ und $\overline{Q_i(t)}$ jeweils für ein Zeitintervall Δt :

$$\begin{aligned} \overline{g_{RL}(t_k)} - g_{Bez} = \overline{Q_i(t_k)} \cdot K \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{0,5 \cdot \Delta t + T_V}{T_A}\right)} \right] + \\ + \sum_{v=1}^n \overline{Q_i(t_{k-v})} \cdot K \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{\Delta t}{T_A}\right)} \right] \cdot e^{-\left(\frac{(t_k - 0,5 \cdot \Delta t - t_{k-v} + T_V)}{T_A}\right)} \end{aligned} \quad (36)$$

mit: Δt Zeitschritt (z.B. 1 h = 3.600 s)
 n : Anzahl der zurückliegenden Zeitschritte

Für die Kennwerte K , T_V und T_A sind abhängig von der Art der inneren Wärmelast - konvektiv oder strahlend - die entsprechenden Kennwerte nach Gl. (13) bis (15) sowie Gl. (Teil1-48) und Gl. (Teil 1-49) einzusetzen.

Je nach gewünschter Genauigkeit muss die Vorgeschichte für einen Zeitbereich von etwa dem 4- bis 5-fachen Wert der Zeitkonstante T_A zurückverfolgt werden.

Diese Vorgehensweise ist zwar sehr verständlich, hat aber den Nachteil, dass man die gesamte Vorgeschichte für **alle** vorangegangenen Stunden speichern muss und die Berechnung für jeden nachfolgenden Zeitpunkt insgesamt wiederholen muss. Dabei ist zusätzlich zu bedenken, dass in der Regel mehrere Aktionsgrößen vorhanden sind.

Weiterhin ist es meist erforderlich, abhängig von der Tageszeit die Aktions- und Reaktionsgrößen zu vertauschen. So ist beispielsweise bei einem Raum mit einer RLT-Anlage während der Betriebszeit der Anlage die Raumtemperatur vorgegeben und damit Aktionsgröße, während nachts bei abgeschalteter Anlage die Raumtemperatur Reaktionsgröße ist. Bei abgebrochener Kühlung wird dies noch differenzierter. Dieser Wechsel zwischen Aktions- und Reaktionsgröße in nacheinanderfolgenden Zeitintervallen bringt bei Verfahren mit Berücksichtigung der Vorgeschichte mittels Reihenentwicklung einen erhöhten Rechenaufwand mit sich.

Daher ist rechentechnisch ein Verfahren günstiger, das die Berechnung des Zeitganges der Raumtemperatur g_{RL} und der Kühllast $Q_{Kühl}$ erlaubt, ohne die lange Datenserie der Vergangenheitsentwicklung speichern und mitschleppen zu müssen.

Es reicht nämlich die Kenntnis der Temperatur an den beiden Wärmespeichern (Wärmespeicherkapazitäten $C_{1\text{ IW}}^*$ und $C_{1\text{ AW}}^*$) zu Beginn der jeweiligen betrachteten Stunde t_k aus, um die Raumlufttemperatur ϑ_{RL} bzw. die Kühllast $Q_{Kühl}$ für diese Stunde t_k zu berechnen. Mit dieser Temperatur an den beiden Wärmespeicherkapazitäten wird der Ladezustand gekennzeichnet, der das Resultat der **gesamten** Vorgeschichte ist. Wie es zu diesem Ladezustand gekommen ist, interessiert daher für die Berechnung von ϑ_{RL} bzw. $Q_{Kühl}$ der betrachteten Stunde t_k nicht mehr.

Für die nächste Stunde muss man daher noch die Temperatur an den beiden Wärmespeichern zu Ende der betrachteten Stunde ermitteln, um wiederum ein Maß für die **gesamte** Vorgeschichte zur nächsten Stunde zu erhalten.

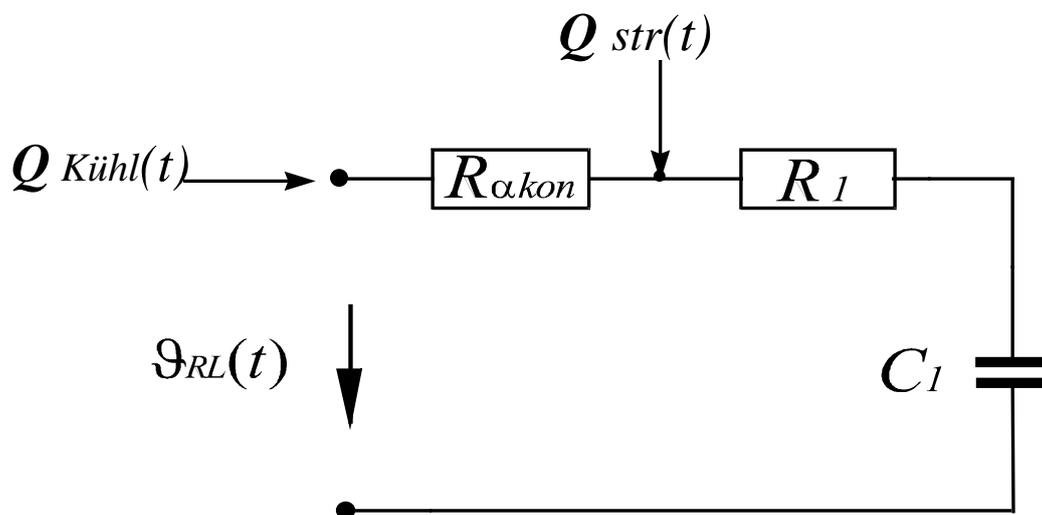


Bild 9: Ersatzschaltung für das wärmetechnische Verhalten der Innenbauteile bei symmetrischer Wärmebelastung (Wärmeübergangswiderstand für Strahlung zur besseren Übersicht unberücksichtigt)

Am Beispiel der Ersatzschaltung für Innenbauteile (**Bild 9**) soll dieser zweite Weg exemplarisch aufgezeigt werden. Zur besseren Übersicht und Vereinfachung bleibt dabei für die Erläuterung des Rechenganges der Wärmeübergangswiderstand für Strahlung unberücksichtigt (selbstverständlich muss er in den endgültigen Gleichungen berücksichtigt werden). Weiterhin wird zur Vereinfachung der Schreibweise auf den Index IW verzichtet.

Wie bereits in [5] beschrieben, eignet sich zur Herleitung des Zusammenhanges zwischen $\vartheta_{RL}(t)$ und $Q_{Kühl}(t)$ mit den Parametern $Q_{str}(t)$, $R_{\alpha\text{ konv}}$, R_1 und C_1 der Übergang von der mathematischen Darstellung als Zeitfunktion in die Laplace-Darstellung.

Die zeitlichen Änderungen der Aktions- und Reaktionsgrößen werden durch Treppenfunktionen (Serie von Sprungfunktionen) nachgebildet (siehe Bild 8). Als geeig-

netes Zeitintervall wird hier 1 h gewählt (wie in VDI 2078), da sich hiermit noch alle wesentlichen Zeitabläufe mit ausreichender Genauigkeit beschreiben lassen und andererseits kein unnötige großer Rechenaufwand notwendig ist (beliebige Zeitintervalle sind möglich).

Die Gleichung für das Modell nach Bild 9 lautet:

$$\mathcal{G}_{RL}(t) = Q_{kühl}(t) \cdot R_{\alpha konv} + (Q_{kühl}(t) + Q_{str}(t)) \cdot R_1 + \frac{1}{C_1} \cdot \int_{-\infty}^t (Q_{kühl}(\tau) + Q_{str}(\tau)) d\tau \quad (37)$$

Das Integral lässt sich umformen:

$$\frac{1}{C_1} \cdot \int_{-\infty}^t Q(\tau) d\tau = \frac{1}{C_1} \cdot \int_{-\infty}^0 Q(\tau) d\tau + \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^t Q(\tau) d\tau = \mathcal{G}_{C_1}(t=0) + \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^t Q(\tau) d\tau \quad (38)$$

Somit lässt sich Gl. (37) in die Laplace-Transformation überführen [6]:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{RL}(s) &= Q_{kühl}(s) \cdot R_{\alpha konv} + (Q_{kühl}(s) + Q_{str}(s)) \cdot R_1 + \\ &+ \frac{1}{C_1 \cdot s} \cdot (Q_{kühl}(s) + Q_{str}(s)) + \frac{1}{s} \cdot \mathcal{G}_{C_1}(t=0) \end{aligned} \quad (39)$$

Gl. (39.) lässt sich nach $Q_{kühl}(s)$ auflösen:

$$\begin{aligned} Q_{kühl}(s) &= + \left[\frac{1}{R_{\alpha konv} + R_1} - \frac{1}{(R_{\alpha konv} + R_1) \cdot [(R_{\alpha konv} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1]} \right] \cdot \mathcal{G}_{RL}(s) - \\ &- \left[\frac{R_1}{R_{\alpha konv} + R_1} - \frac{R_{\alpha konv}}{(R_{\alpha konv} + R_1) \cdot [(R_{\alpha konv} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1]} \right] \cdot Q_{str}(s) - \\ &- \frac{R_{\alpha konv}}{(R_{\alpha konv} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1} \cdot \mathcal{G}_{C_1}(t=0) \end{aligned} \quad (40)$$

Es wird nun der Fall betrachtet, dass die Raumluft $\mathcal{G}_{RL}(t)$ und der Wärmestrom $Q_{str}(t)$ als Sprungfunktion vorgegeben seien, d.h. mit den Mittelwerten während des Zeitintervalles $t = 0$ und $t = t_x$. Hierfür gilt:

$$\mathcal{G}_{RL}(t) = \overline{\mathcal{G}_{RL}(t_x)} \cdot \delta_0(t) \Rightarrow \frac{1}{s} \cdot \overline{\mathcal{G}_{RL}(t_x)} \quad (41)$$

$$Q_{str}(t) = \overline{Q_{str}(t_x)} \cdot \delta_0(t) \Rightarrow \frac{1}{s} \cdot \overline{Q_{str}(t_x)} \quad (42)$$

Gesucht ist der mittlere Wärmestrom $\overline{Q_{kühl}(t_x)}$ im Zeitintervall von $t = 0$ bis $t = t_x$. Der Mittelwert lässt sich bestimmen nach der Formel:

$$\overline{Q_{K\u00fch}l}(t_x) = \frac{1}{t_x} \cdot \int_0^{t_x} Q_{K\u00fch}l(t) dt \quad (43)$$

Der Integralwert von $Q_{K\u00fch}l(t)$ l\u00e4\u00df\u00fct sich einfach in die Laplace-Transformation \u00fcberf\u00fchren. Unter Ber\u00fccksichtigung der Gl. (40) bis (42) folgt:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_x} Q_{K\u00fch}l(t) dt &\Rightarrow \frac{1}{s} \cdot Q_{K\u00fch}l(s) = \\ &+ \left[\frac{1}{R_{\alpha \text{ konv}} + R_1} - \frac{1}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot [(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1]} \right] \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \overline{g_{RL}}(t_x) - \\ &- \left[\frac{R_1}{R_{\alpha \text{ konv}} + R_1} - \frac{R_{\alpha \text{ konv}}}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot [(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1]} \right] \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \overline{Q_{str}}(t_x) - \\ &- \frac{R_{\alpha \text{ konv}}}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{s} \cdot g_{C_1}(t=0) \end{aligned} \quad (44)$$

Durch R\u00fccktransformation in die Zeitdarstellung [6] erh\u00e4lt man dann f\u00fcr den mittleren W\u00e4rmestrom $\overline{Q_{K\u00fch}l}(t_x)$ im Zeitintervall von $t=0$ bis $t=t_x$:

$$\begin{aligned} \overline{Q_{K\u00fch}l}(t_x) &= + \frac{C_1}{t_x} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \right) \cdot \overline{g_{RL}}(t_x) - \\ &- \left[1 - \frac{R_{\alpha \text{ konv}} \cdot C_1}{t_x} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \right) \right] \cdot \overline{Q_{str}}(t_x) - \\ &- \frac{C_1}{t_x} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \right) \cdot g_{C_1}(t=0) \end{aligned} \quad (45)$$

F\u00fcr den n\u00e4chsten Zeitabschnitt wird als Anfangswert die Temperatur an der W\u00e4rme-speicherkapazit\u00e4t C_1 ben\u00f6tigt, die gleich der Temperatur am Ende des betrachteten Zeitabschnittes mit $t=t_x$ ist:

$$g_{C_1}(t=t_x) = \overline{g_{RL}}(t_x) - (R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot Q_{K\u00fch}l(t_x) - R_1 \cdot \overline{Q_{str}}(t_x) \quad (46)$$

Durch Umformen von Gl. (40) in die Zeitfunktion und Einsetzen in Gl. (46) erh\u00e4lt man:

$$\begin{aligned} g_{C_1}(t=t_x) &= \left(1 - e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \right) \cdot \overline{g_{RL}}(t_x) + \\ &+ R_{\alpha \text{ konv}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \right) \cdot \overline{Q_{str}}(t_x) + \\ &+ e^{-\frac{t_x}{(R_{\alpha \text{ konv}} + R_1) \cdot C_1}} \cdot g_{C_1}(t=0) \end{aligned} \quad (47)$$

Somit ist nach Gl. (45) und (47) das w\u00e4rmetechnische Verhalten eines Innenbauteils nach Bild 9 zu berechnen. Die Aktionsgr\u00f6\u00dfen (unabh\u00e4ngige Variablen) sind als Trep-

penfunktion mit einem Zeitintervall von beispielsweise 1 h (3600s) vorzugeben. Daraus kann dann die Reaktionsgröße (abhängige Variable) ebenfalls als Treppenfunktion bestimmt werden.

Desweiteren ist die Temperatur an der Wärmespeicherkapazität C_1 am Ende jeden Zeitintervalls zu bestimmen, da dieser Wert als Ausgangswert für das nächste Zeitintervall benötigt wird.

$$g_{C_1}(t = t_x)_k = g_{C_1}(t = 0)_{k+1} \quad (48)$$

Zwischen Aktions- und Reaktionsgrößen kann dabei in allen Zeitintervallen getauscht werden, da die Vergangenheitsentwicklung nicht mehr nachvollzogen werden muss und der Ausgangswert zu Beginn des betrachteten Zeitintervalls zur Verfügung steht.

Entsprechend dieser Vorgehensweise für die Innenbauteile können auch für die Außenbauteile und für den Strahlungsaustausch zwischen den Innen- und Außenbauteilen die Übertragungsfunktionen ermittelt werden. Somit erhält man eine geschlossene Beschreibung für das instationäre thermische Verhalten von Räumen.

Zusammenfassung

In Teil 1 dieser Veröffentlichung ist gezeigt worden, dass die Berechnung mit dem Zwei-Kapazitäten-Modell keine beachtenswerten Genauigkeitseinbußen mit sich bringt. Die „Meßplatte“ dafür ist die experimentelle Analyse mit dem detaillierten Beuken-Mmodell unter Einsatz des Schaltkreis-Analyse-Programms *PSPICE* [4]. Dieses Programm dient in Forschung und Entwicklung der Berechnung von digitalen- und analogen Schaltkreisen und hat selbst bei nichtlinearen und zeitvarianten Systemen keine Probleme. Außerdem entfallen beim Einsatz von *PSPICE* alle Bauteil- und Messgerätefehler, die beim Einsatz eines Analogrechners Probleme bereiten. Damit haben die auf diese Weise mit dem detaillierten Beuken-Modell erzielten Ergebnisse die höchste z.Zt. erreichbare Genauigkeit.

Um die Ergebnisse von Teil 1 weiter abzusichern, sind im Teil 2 die für die VDI 6020 durchgeführten Berechnungen auch mit Ergebnissen des Zwei-Kapazitäten-Modells verglichen worden.

Dabei zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung zwischen den Berechnungen mit:

Beuken-Modell mit *PSPICE*
Zwei-Kapazitäten-Modell
GEBSIMU
TRNSYS

Die Ergebnisse mit DOE-2 zeigen nur geringfügige und tolerierbare Abweichungen. Bei *TAS* sind die großen Abweichungen, wie nachträglich festgestellt wurde, auf Eingabefehler zurückzuführen.

Damit ist nachgewiesen, dass sehr wohl gleiche Ergebnisse mit unterschiedlichen Programmen bzw. Rechenverfahren erzielt werden können und bei anderweitig durchgeführten Programmvergleichen die dabei festgestellten Abweichungen wohl

zum großen Teil auf der Eingabe unterschiedlicher Randbedingungen beruhen dürften. Die Übereinstimmung von *GEBSIMU* mit dem Beuken-Modell ist systembedingt, da *GEBSIMU* im wesentlichen nichts anderes macht, als das Beuken-Modell numerisch zu behandeln.

Bedenklich sind allerdings die Abweichungen, die sich bei den beiden Verfahren mit Gewichtsfaktoren nach VDI 2078 ergeben. Diese Abweichungen sind, wie auch im Teil 3 gezeigt wird, nicht mehr tolerierbar. In der Praxis sind bereits genügend Fehlerquellen wie Möblierung, Kennwerte für die Baustoffe etc. vorhanden, die nicht noch durch Fehler im Rechenverfahren erhöht werden sollten.

Wie im Teil 3 gezeigt, bringt die Verwendung von Gewichtsfunktionen durch unnötige Rechenoperationen (Normierung, Denormierung, Durchgriff, Umwandlung der Übergangsfunktionen in Gewichtsfaktoren und zurück !) Ungenauigkeiten und Fehlerquellen mit sich, die vermeidbar sind.

Im Teil 3 wird darüber hinaus gezeigt, dass

- mit dem Zwei-Kapazitäten-Modell die Gewichtsfaktoren berechenbar sind und diese zu genauen Ergebnissen führen,
- dieser Umweg vermeidbar ist und direkt mit dem Zwei-Kkapazitäten-Modell die Übergangsfunktionen berechnet werden können.

Dass das Programm *TRNSYS* korrekte Ergebnisse liefert, obwohl es mit Gewichtsfaktoren rechnet, ist darauf zurückzuführen, dass diese Gewichtsfaktoren auf 11 Dezimalstellen genau bestimmt werden und die Anzahl der erforderlichen Faktoren abhängig von den Bauteileigenschaften bestimmt wird. Z.Zt. werden bis zu 20 Faktoren berechnet, dies soll in Zukunft auf bis zu 40 Faktoren erhöht werden.

Im Rahmen der Bearbeitung der VDI 6020 stellt sich die Forderung nach Verifikation der Ergebnisse von thermisch - dynamischen Simulationen. Derzeit sind solche Ergebnisse nur durch Vergleiche mit anderen Programme überprüfbar und damit ist noch nicht geklärt, welches der Programme richtig gerechnet hat. Der Planer haftet jedoch unabhängig von den von ihm gewählten Werkzeugen für die von ihm erstellte Planung und kann sich nicht auf einen Software-Hersteller berufen. Dem Anwender eines Simulationsprogrammes muss daher eine Möglichkeit der Verifikation der Ergebnisse zur Verfügung stehen. Das vorgestellte Zwei-Kapazitäten-Modell bietet ein geschlossenes, wenig fehleranfälliges, vollständig nachvollziehbares Verfahren mit hoher Genauigkeit und Transparenz.

Die Berechnung sommerlicher Raumtemperaturen ist, wie in Teil 1 gezeigt, besonders einfach und zielt in die gleiche Richtung wie das in CEN TC 89 N 602 E (Anhang) ansatzweise beschriebene Verfahren.

Außerdem können die in CEN TC 89 N 402 D (PrEN 33 786) angegebenen thermisch-dynamischen Bauteildaten, die auf den gleichen Grundlagen wie das Zwei-Kapazitäten-Modell beruhen, direkt für die Ermittlung der Zeitkonstanten und damit für die Beurteilung der thermisch - dynamischen Eigenschaften eines Raumes verwendet werden.

Literaturverzeichnis

- [1] VDI 2078: Berechnung der Kühllasten klimatisierter Räume (VDI-Kühllastregeln), Oktober 1994
- [2] Jahn, A.; Nadler, N.; Guo, J.: Neuauflage der VDI-Kühllastregeln - VDI 2078/1993 Erläuterungen zum EDV-Verfahren. Gesundheitsingenieur 114 (1993), H. 3, S. 117 - 126
- [3] Isermann, R.: Identifikation dynamischer Systeme 1, Springer-Verlag, 2. Auflage 1992
- [4] MicroSim: Design Center mit Pspice Version 7.1, October 1996.
- [5] Rouvel, L.: Berechnung des wärmetechnischen Verhaltens von Räumen bei dynamischen Wärmelasten
Brennstoff-Wärme-Kraft 24 (1972), Nr. 6, S. 245/262.
- [6] Lutz/Wend: Taschenbuch der Regelungstechnik, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1995

veröffentlicht in der HLHH:

Rouvel L., Ein regelungstechnisches Modell zur Beschreibung des thermisch
Zimmermann F.: dynamischen Raumverhaltens

Teil 1: Theoretische Grundlagen und deren Anwendung auf die Berechnung
von Raumtemperaturen
HLH Bd. 48 (1997), Nr. 10, S. 66/75

Teil 2: Vergleich der Berechnungsergebnisse für das regelungstechnische
Modell mit anderen Verfahren am Beispiel sommerlicher
Raumtemperaturen
HLH Bd. 48 (1997), Nr. 12, S. 24/31

Teil 3: Berechnung von Gewichtungsfaktoren für VDI 2078 und alternatives
Verfahren mittels Übergangsfunktionen
HLH Bd. 49 (1998), Nr. 1, S. 18/2

PROF. DR.-ING. HABIL. LOTHAR ROUVEL
FACHGEBIET ENERGIETECHNIK UND -VERSORGUNG · THERMISCHE GEBÄUDESIMULATION

SÄULINGSTRASSE 4
80686 MÜNCHEN

TEL.: 089-576804 FAX: 089-5706641
ROUVEL@GEBSIMU.DE WWW.GEBSIMU.DE

